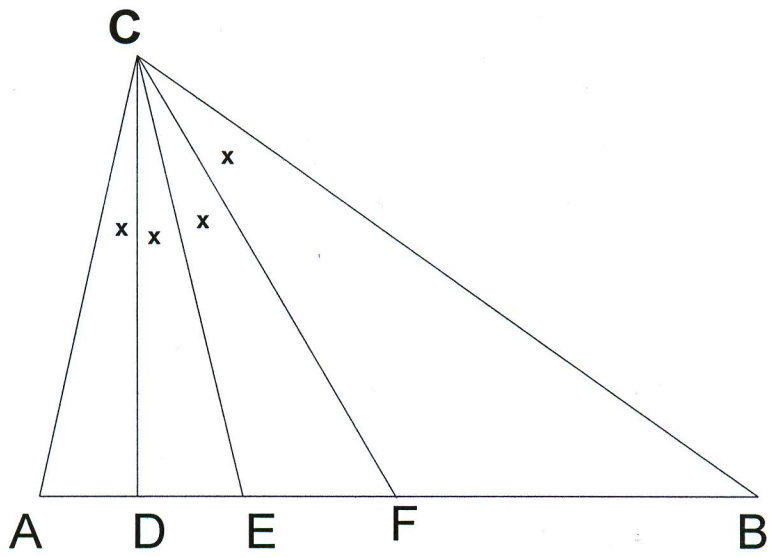
Problemă pentru Clasa a IX-a_ Speranţe Râmnicene_2016

Determinaţi măsurile unghiurilor unui triunghi ABC ştiind că înălţimea, bisectoarea şi mediana din vârful C împart unghiul C în patru unghiuri cu măsurile egale.

D.M. Bătineţu-Giurgiu, Bucureşti şi Neculai Stanciu, Buzău

Soluţie. Fie CD, CE, CF înălţimea, bisectoare şi mediana din C.



1p

Avem $\angle ACD = \angle DCE = \angle ECF = \angle FCB = x$. Deci, $\angle A = 90^0 - x$ şi $\angle B = 90^0 - 3x$. 1p

Din teorema sinusurilor în ΔACF şi ΔCFB (sau folosind ariile) rezultă

$\frac{\sin \angle ACF}{\sin \angle FCB} = \frac{\sin \angle A}{\sin \angle B} \Leftrightarrow \frac{\sin 3x}{\sin x} = \frac{\cos x}{\cos 3x} \Leftrightarrow \sin 3x \cos 3x = \sin x \cos x \Leftrightarrow$ 1p 1p 1p

$\Leftrightarrow 2\sin 3x \cos 3x = 2\sin x \cos x \Leftrightarrow \sin 6x = \sin 2x$. Deci, $6x + 2x = 180^0 \Leftrightarrow x = 22{,}5^0$. 1p 1p

Prin urmare unghiurile căutate sunt: $\angle CBA = 22{,}5^0$, $\angle CAB = 67{,}5^0$ şi $\angle ACB = 90^0$. 1p